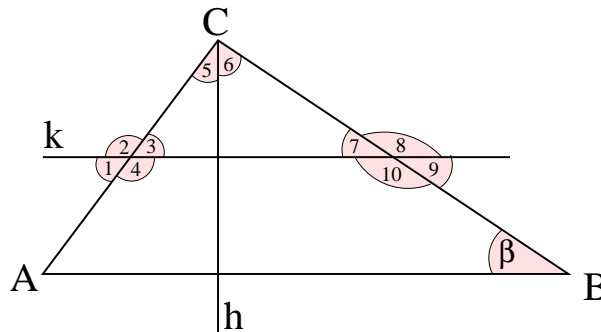


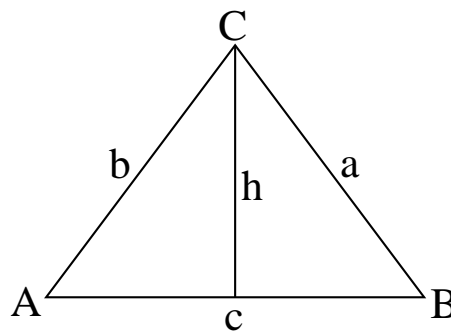
Mathematischer Test zur Selbsteinschätzung für Studierende der Physik, Medizinphysik und des Lehramts Physik

Elementare Geometrie und Trigonometrie

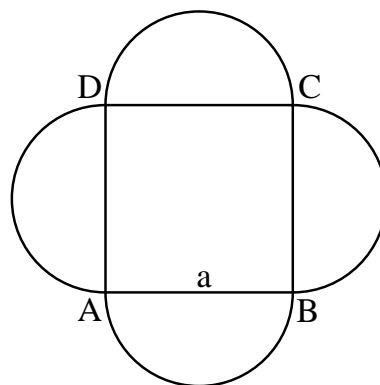
1. In der Skizze ist die Gerade k parallel zur Seite AB des Dreiecks ABC , und die Gerade h ist senkrecht zur Seite AB (d.h. sie schließt mit der Seite AB rechte Winkel ein) und geht durch den Punkt C . Welche der nummerierten Winkel sind mit Sicherheit genauso groß wie der Winkel β ?



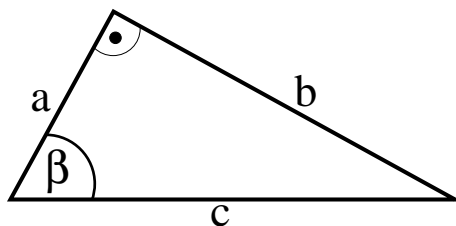
2. Gegeben ist ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit $c = 6$ cm und $a = b = 5$ cm (vgl. Skizze). Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks ABC und die Höhe der Winkelhalbierenden h ?



3. Auf den Seiten eines Quadrats mit Seitenlänge $a = 4$ cm sind Halbkreise aufgesetzt (vgl. Skizze). Wie groß sind der Umfang und der Flächeninhalt der gesamten Figur?

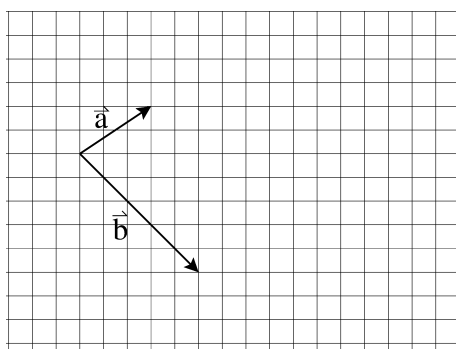


4. Gegeben sei das unten stehende rechtwinklige Dreieck. Drücken Sie $\sin \beta$, $\cos \beta$ und $\tan \beta$ durch die Seitenlängen a , b , c des Dreiecks aus. Wie lässt sich allgemein der Tangens eines vorgegebenen Winkels durch dessen Sinus und Cosinus ausdrücken?



Analytische Geometrie

5. Zeichnen Sie in die unten stehende Abbildung die Vektoren $\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{a} + \vec{b}$ und $2\vec{a} + \vec{b}$ ein.

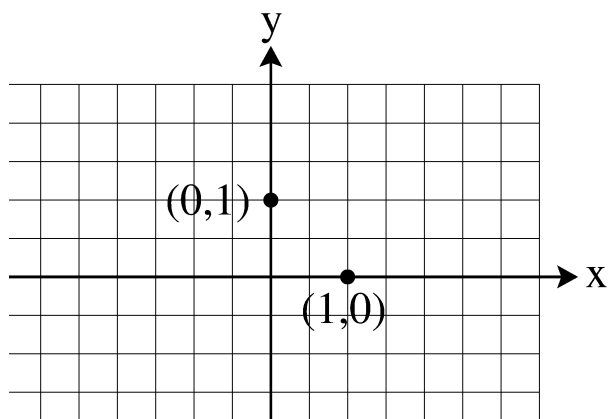


6. Für ein gegebenes kartesisches Koordinatensystem seien

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

die Komponentendarstellungen zweier Vektoren. Berechnen Sie $\vec{a} - \vec{b}$, das Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ und das Kreuzprodukt $\vec{a} \times \vec{b}$.

7. Welchen Betrag haben das Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ und das Kreuzprodukt $\vec{a} \times \vec{b}$ wenn zwei Vektoren \vec{a}, \vec{b} senkrecht oder parallel zueinander stehen?
8. Zeichnen Sie die Gerade, die durch die Punkte $P_1 = (x, y) = (0, 1)$ und $P_2 = (-2, -1)$ geht, in das Koordinatensystem ein.



Geben Sie die Gleichung dieser Geraden in den Koordinaten x und y an.

9. Welchen Abstand zum Koordinatenursprung und untereinander haben die Punkte

$$(x, y) = (3, 4), (3, -4), (-4, -3) ?$$

10. Geben Sie jeweils eine Gleichung für einen Kreis mit dem Radius 5 um die Mittelpunkte $(x_0, y_0) = (0, 0)$ und $(x_0, y_0) = (1, -1)$ an.

Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen

11. Lösen Sie das lineare Gleichungssystem in x und y :

$$\begin{aligned} 4x + 7y &= a \\ 2x + 3y &= b . \end{aligned}$$

12. Bestimmen Sie die Lösungen von

$$x^2 - 10x + 21 = 0 .$$

13. Sei

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{a} + 1} = \frac{1}{\sqrt{a} - 1} .$$

Wie groß ist x , wenn man $a = 3$ setzt?

Elementare Funktionen

14. Es seien $a, b, u > 0$. Vereinfachen Sie die folgenden Terme (ohne Taschenrechner) und fassen Sie sie soweit wie möglich zusammen:

i) $\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot 5$,

ii) $\sqrt[3]{\sqrt{125}}$,

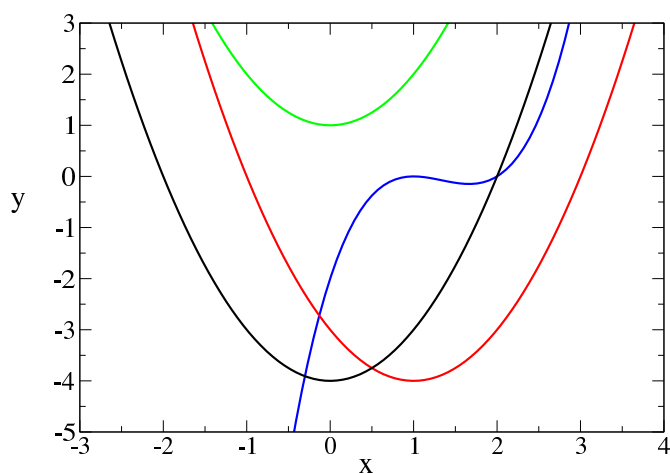
iii) $\sqrt[m+2]{u^{5m+10}}$,

iv) $\sqrt{\frac{4a^2}{9b^2}}$,

v) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})$,

vi) $\sqrt{16 + \sqrt{16}}$.

15. In der Abbildung sind in roter, schwarzer, blauer und grüner Farbe vier Graphen von Polynomen dargestellt.



Ordnen Sie den vier Graphen jeweils die zugehörige Funktionsvorschrift zu,

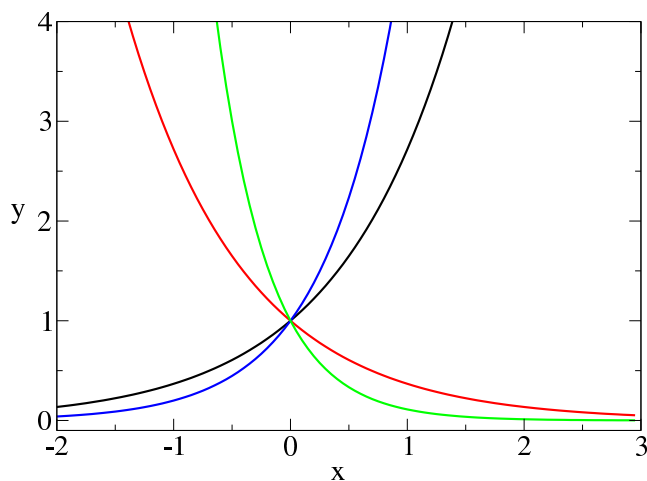
$$g(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2 ,$$

$$h(x) = (x - 3)(x + 1) ,$$

$$j(x) = x^2 + 1 ,$$

$$k(x) = x^2 - 4 .$$

16. In der Abbildung sind in roter, schwarzer, blauer und grüner Farbe die Graphen von Exponentialfunktionen dargestellt.



Ordnen Sie den vier Graphen jeweils die zugehörige Funktionsvorschrift zu,

$$g(x) = \exp(x) ,$$

$$h(x) = \exp(-x) ,$$

$$j(x) = 5^x ,$$

$$k(x) = 9^{-x} .$$

17. Vereinfachen Sie die Ausdrücke

i) $\log\left(\frac{10^x \cdot 1000^z}{100^y}\right),$

ii) $\ln(\sqrt{e} \cdot e^{3x}),$

in denen log und ln jeweils die Logarithmen zur Basis 10 beziehungsweise e sind.

Differentialrechnung

18. Bestimmen Sie die erste Ableitung (Differentialquotient) der folgenden Funktionen

i) $y = 5x^3,$

ii) $y = \sqrt{x},$

iii) $y = x \cdot \sin(x^2),$

iv) $y = \frac{1}{1+x^2},$

v) $y = e^{2x}.$