

Mathematischer Test zur Selbsteinschätzung für Studierende der Physik und Medizinphysik

Lösungen

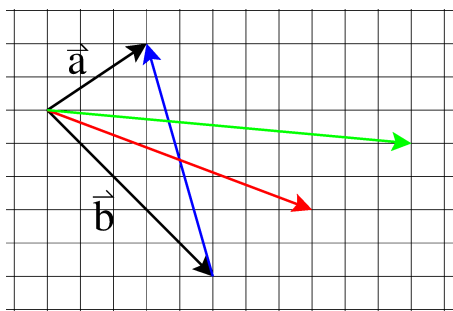
1. Die Winkel 7 und 9 sind gleich β .
2. Es ist $h = \sqrt{a^2 - (c/2)^2} = 4\text{cm}$ und der Flächeninhalt ist gleich $F = h \cdot c/2 = 12\text{cm}^2$.
3. Flächeninhalt $F = a^2(1 + \pi/2)12 \approx 41,13\text{cm}^2$ und Umfang $U = 2\pi a \approx 25,13\text{cm}$.
4. Bei dem Dreieck ist

$$\sin(\beta) = \frac{b}{c}, \quad \cos(\beta) = \frac{a}{c}, \quad \tan(\beta) = \frac{b}{a}.$$

Allgemein gilt dann offenbar

$$\tan(\beta) = \frac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)}.$$

5. $\vec{a} - \vec{b}$: blauer Vektor, $\vec{a} + \vec{b}$: roter Vektor und $2\vec{a} + \vec{b}$: grüner Vektor.



- 6.

$$\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix},$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 7,$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} -6 \\ 9 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

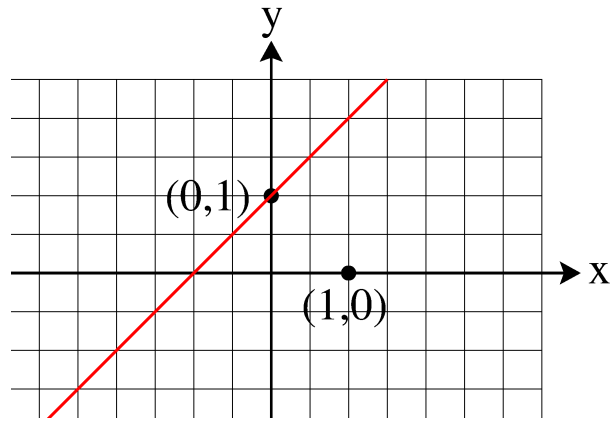
7. \vec{a}, \vec{b} parallel:

$$|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|, \quad |\vec{a} \times \vec{b}| = 0,$$

\vec{a}, \vec{b} senkrecht:

$$|\vec{a} \cdot \vec{b}| = 0, \quad |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|,$$

8. Geradengleichung: $y = x + 1$



9. Abstand vom Ursprung:

$$|(3, 4)| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 = |(3, -4)| = |(-4, -3)|$$

Abstände untereinander:

$$|(3, 4) - (3, -4)| = 8 ,$$

$$|(3, 4) - (-4, -3)| = 7\sqrt{2} , \quad (1)$$

$$|(3, -4) - (-4, -3)| = 5\sqrt{2} . \quad (2)$$

10. $(x_0, y_0) = (0, 0)$:

$$x^2 + y^2 = 25 ,$$

$(x_0, y_0) = (1, -1)$:

$$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 25 .$$

11.

$$x = (-3a + 7b)/2$$

$$y = a - 2b .$$

12. Es gibt zwei Lösungen, $x = 3$ und $x = 7$.

13. Lösung: $x = 1$.

14.

$$\text{i) } 5^{11/6} = \sqrt[6]{5^{11}} , \quad \text{ii) } \sqrt{5} , \quad \text{iii) } u^5 , \quad \text{iv) } \frac{2a}{3b}$$

$$\text{v) } 3 , \quad \text{vi) } 2\sqrt{5} .$$

15. Zuordnung:

$$\text{blau} : g(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2 ,$$

$$\text{rot} : h(x) = (x - 3)(x + 1) ,$$

$$\text{gruen} : j(x) = x^2 + 1 ,$$

$$\text{schwarz} : k(x) = x^2 - 4 .$$

16. Zuordnung:

$$\text{schwarz} : g(x) = \exp(x) ,$$

$$\text{rot} : h(x) = \exp(-x) ,$$

$$\text{blau} : j(x) = 5^x ,$$

$$\text{gruen} : k(x) = 9^{-x} .$$

17.

$$\text{i) } \log \left(\frac{10^x \cdot 1000^z}{100^y} \right) = x + 3z - 2y ,$$

$$\text{ii) } \ln (\sqrt{e} \cdot e^{3x}) = \frac{1}{2} + 3x .$$

18. Bestimmen Sie die erste Ableitung (Differentialquotient) der folgenden Funktionen

$$\text{i) } y' = 15x^2 ,$$

$$\text{ii) } y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} ,$$

$$\text{iii) } y' = \sin(x^2) + 2x^2 \cos(x^2) ,$$

$$\text{iv) } y' = -\frac{2x}{(1+x^2)^2} ,$$

$$\text{v) } y' = 2e^{2x} .$$